

透過電子學習促進課堂學習的探究及知識建構

對象：中二級數學科

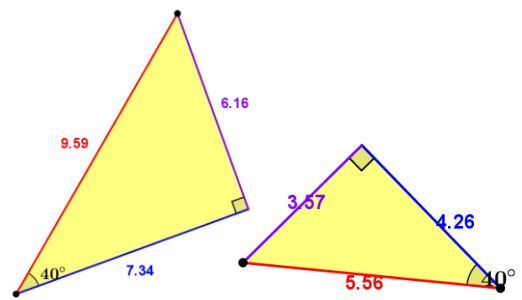
理念：

很多時數學科的教學都是老師先介紹一些數學概念或定義，然後證明一些定理，接著就是示範如何應用這些定理去解決一些數學題目，學生只是被動的接受，然後模仿老師所示範的技巧去解決一些新的數學題目。當然，很多數學概念是前人不斷思考摸索後的成果，有時甚至是幾代數學家的思考結晶，一般學生難於自行探究；但在有合適機會下，能讓學生自行探究，可讓學生享受自己發現數學概念的樂趣，有助學生增加對數學的喜愛及學習動機，日後能自主學習數學。在課堂中得著成功感，能減低對自主學習的障礙。

策略：讓學生自行透過探究發現數學的一致性

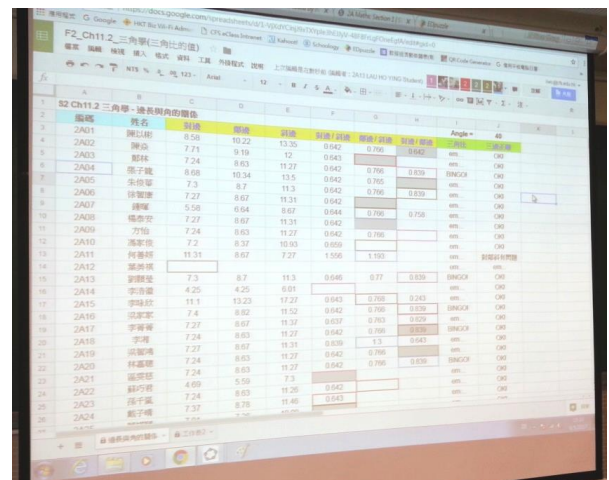
以中二級「三角比」為例，為了安排學生自行探究課題，課堂設計方面首先利用 課件 (此為免費網上資源，可到以下網址存取：<https://goo.gl/3BdfCo>)，畫出一個直角三角形，並有一隻相同的銳角 (可先由老師指定該銳角的度數，例如 40° ，如圖 1)。然後，請學生記錄該直角三角形三條邊 (斜邊、對邊及鄰邊) 的長度；再利用 **GeoGebra** 改變三角形的大小 (但維持指定角度不變)，再記錄該三角形的三條邊的長度。除了發覺三條邊的長度有所改變，這時學生並不發覺有任何特別之處。但老師接著請學生就每個三角形的情況都計算「對邊與斜邊之比」、「鄰邊與斜邊之比」及「對邊與鄰邊之比」。學生就會發現，在第一個三角形得出的上述三個比值，跟第二個三角形的三個比值，竟都一一對應相等，這讓學生發現數學這一致性的美麗。

圖 1. 其中兩個由 **GeoGebra** 產生的直角三角形



學生不單只自行發現這一致性，老師更能透過另一電子學習工具 **Google Sheet**，讓學生各自使用不同大小的三角形的邊長計算，所得的數值匯入同一張試算表內，一併展示所學 (範本可到以下網頁存取：<https://goo.gl/mKRckv>)。可以發覺不同同學的三角形大小各自不同，但所得的比值卻全都相同。

圖 2. 在課堂即席利用 **Google Sheet** 展示所有同學的發現



然後老師可與學生探討若改變指定銳角的大小會如何，老師可請學生提議一個角度，透過讓學生選擇得以自主，則得出的結果能讓學生理解

到普遍性。例如學生提議用 28° ，重覆上述步驟，學生可以發覺在新的三角形下，不同的同學按不同大小的三角形仍可得出相同的對應比值，但這三個對應比值與第一個三角形的對應比值會不同。

至此老師才介紹這些比值的名稱，「對邊與斜邊之比」、「鄰邊與斜邊之比」及「對邊與鄰邊之比」分別稱為正弦 (Sine)、餘弦 (Cosine) 及正切 (Tangent)，而統稱為三角比。因這些比值會因應不同的銳角角度有不同的數值，所以在數學上的符號表達會將該角度連在一起。例如在由銳角是 40° 的直角三角形所得的三個比值會分別寫成 $\sin 40^\circ$ 、 $\cos 40^\circ$ 及 $\tan 40^\circ$ ；在由銳角是 28° 的直角三角形所得的三個比值會分別寫成 $\sin 28^\circ$ 、 $\cos 28^\circ$ 及 $\tan 28^\circ$ 。然後老師可指出古人透過很多努力，得出每個角度的不同比值，列成一些數表，而這些比值到今天已貯存在計算機內，並教學生如何由計算機得出這些比值（會先試 40° 及 28° ，以印證探索所得的結果）。

效果：

因學生透過電子學習工具，親自參與探究及自行發現到結果，所以他們會更掌握這些三角比的意義。從課堂觀察所見，他們更會欣賞數學一致性的美麗，並可欣賞到古人如何以不懈的努力以求出不同角度的比值以列成數表，並進一步欣賞科技的進步。今天我們可以用計算機很容易地得出這些比值，從而了解人類不斷努力求進的過程做就文明的不斷進展，促進改善人類的生活，藉此鼓勵學生努力自主學習的心志。

跟進：

上述只是一個發現的歷程，只限一些已知的角度，老師在下一節課會利用抽象演繹的證明，去證得對任何已知角度，三角比都不變。因在一指定銳角的情況下，三角比不變，所以在足夠條件下，我們可以應用這些三角比去求取一些該指定銳角三角形中的未知數。而因任何指定銳角都有其三角比，所以可對任何直角三角形都應用三角比求未知數。這些應用都會在隨後的課節教授。而因在這一節學生透過自行探究對此課題建立了信心，所以更易安排在跟進中進行自主學習。

鳴謝：明愛粉嶺陳震夏中學